本校では「本質を問い，本質を見極める力を養う」ことを教育目標に日々授業を行っています。そのために授業内で「問い」を大切にしています。

ところがこの「本質」。私にとってはなかなか難しいもので…。「本質って何？」「これの本質は？」などと考えていると到達したものがちゃんと「本質」に辿り着いているものなのか，もっと奥深いところに本質があるのではないかなどと悩んでしまいます。そんなとき，ある先輩教員に「その時の年齢や，それまでにした経験で見えるものが違うから，その時に本質だと思ったことが本質でいいんだよ」とアドバイスをもらい，恐れずに「問い」を発することができるようになりました。私たちも悩みながら授業を行っています。(笑)

そんな私が先日，高１学年の生徒にした「問い」を今日は紹介しようと思います。数Ⅱで学ぶ「２次方程式の解と係数の関係」の授業での問いです。

２次方程式の解と係数の関係とは

> ２次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解を $x=\alpha,\ \beta$ とすると，
>
> $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ ，$\alpha\beta=\frac{c}{a}$ である。

というものですが，この関係を利用する代表的な問題を紹介したときのことです。

> ２次方程式 $2x^2+3x+5=0$ の２つの解を $x=\alpha,\beta$ とするとき，次の値を求めよ。
> (1) $\alpha^2+\beta^2$　　(2) $2(1-\alpha)(1-\beta)$

(1)は解と係数の関係から$\alpha+\beta=-\frac{3}{2}$ ，$\alpha\beta=\frac{5}{2}$ であり，$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$ であるから，

$$\alpha^2+\beta^2=\left(-\frac{3}{2}\right)^2-2\times\frac{5}{2}=-\frac{11}{4}$$

と解くものなので，(2)も同じように余裕余裕と言いながら，

$$2(1-\alpha)(1-\beta)=2-2\alpha-2\beta+2\alpha\beta=2-2(\alpha+\beta)+2\alpha\beta=2-2\times\left(-\frac{3}{2}\right)+2\times\frac{5}{2}=10$$

と生徒は解いていました。そこで，こんな問いを投げかけてみました。

> (2) の問題を $-\frac{3}{2}$ や $\frac{5}{2}$ という数値を使わずに答えを求めてください。

…？？　生徒たちはあっけにとられた表情。(笑)
しかし，しばらく待つとこんな声が出始めます。「アッ！ $x=1$ を代入したら答え，出る！」
すかさず返します。「出るね。じゃあ，なぜ？」
また生徒たちはしばらく考えます。なかなか考えが進まないのでここでヒント。「中学生のときに２次方程式を解くのに，どうやって解いた？」「因数分解して，プラス，マイナスを入れ替えたら答え」「じゃあ見えてくるよね？」

しばらく待つと，こんな声が聞こえてきました。

「２次方程式 $2x^2+3x+5=0$ の２つの解が $x=\alpha,\beta$ だから，$2(x-\alpha)(x-\beta)=0$ って因数分解できるってことや！そこに $x=1$ を代入したら $2(1-\alpha)(1-\beta)$ になるやん！！」

Good job !!

２次方程式の解と係数の関係の本質は$ax^2+bx+c=0$ の解を$x=\alpha$，βとするとき，

２次式が $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$ と因数分解できるということ，

同時に解 α，β と２次方程式の係数の間には $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ ，$\alpha\beta=\frac{c}{a}$ という関係があることだと今の私は思います。それを分かっていれば，(2) の問題もわざわざ解と係数の関係の式を使わなくても$x=1$ を代入するだけで答えを出せるわけです。

「よく分からんけど，(2) みたいな問題が出たら代入したらええんや！」

いやいや，その微妙な発言…(笑) 解き方を覚えて欲しいんじゃないんだけどな…。(笑)

どうしても正解を求めてしまう生徒たちに，少しでも本質というゴールに向けて思考を進める楽しさを知ってもらいたく，日々奮闘しています。